الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع -

ssssssssssssssssssssssss | SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (خيار فرنسي	المعامل	4

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L’utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l’épreuve suivant l’ordre qui lui convient ;
- ✓ L’utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L’épreuve est composée de deux exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	5 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	4,5 points
Problème	Etude d’une fonction numérique, calcul intégral	10,5 points

Exercice 1 : (5 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n-4}{U_n+1} \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

0,25 1) Calculer U_1.

0,5 2) Vérifier que $U_{n+1} - 2 = \frac{3(U_n-2)}{U_n+1}$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 3) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n > 2$.

0,5 4) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n-2)^2}{U_n+1}$

0,75 5) Déterminer la monotonie de $(U_n)_n$, puis déduire qu'elle converge.

6) On pour tout n de $\mathbb{N}$:$V_n = \frac{1}{U_n-1}$

0,75 a. Montrer que $(V_n)_n$est une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{3}$.

0,75 b. Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_n = \frac{n+3}{3}$, et que $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_n = \frac{2n+9}{n+3}$.

0,5 c. Calculer $\lim_{n \to +\infty} U_n$.

0,5 7) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $U_n - 2 < 0,001482$.

Exercice 2 : (4,5 points)

Une urne contient trois boules blanches portant les numéro 0 ;1 ;2 , et deux boules noires portant les numéro 1 et 2 .. (Toutes les boules sont indiscernable au toucher).On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne

Soient les évènements suivants :

A : « les deux boules tirées portent le numéro 1» .

B : « tirer une boule blanche au premier tirage»

1.

1 a) Montrer que $P(A) = \frac{1}{10}$ puis calculer la probabilité de l'événement B.

1 b) Montrer que $p(A \cap B) = \frac{1}{20}$, puis déduire $p(A \cup B)$.

0,5 c) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2. Soit X une variable aléatoire égale au produit des numéros portés par les deux boules tirées.

1,5 a) Copier et remplir le tableau ci-contre ; en justifiant.

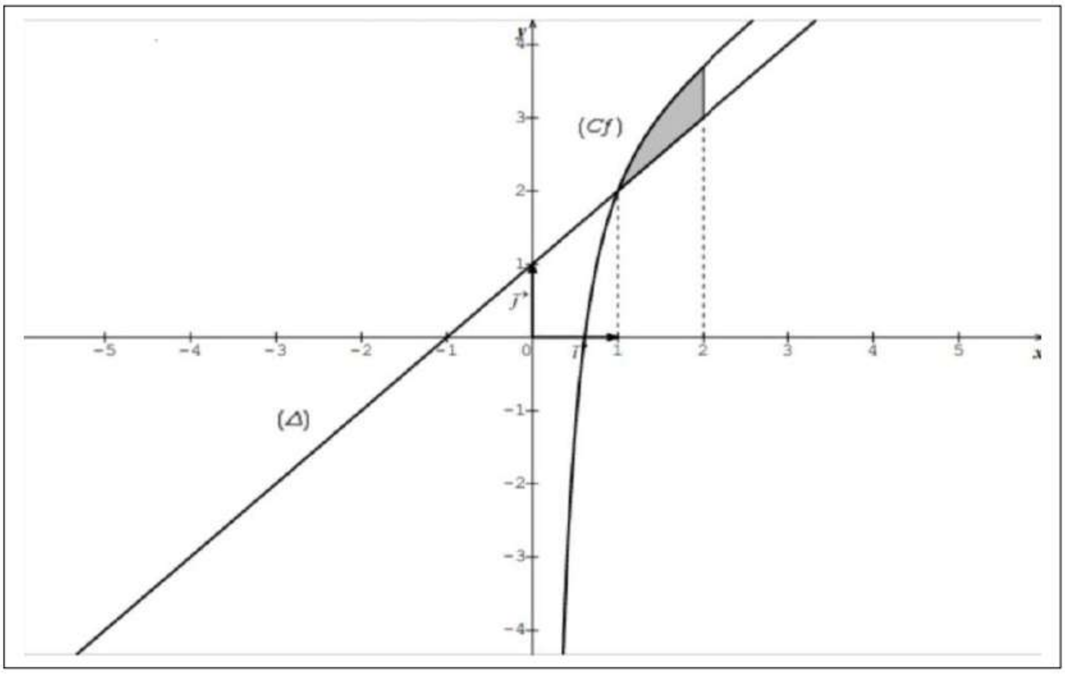
x_i	0	1	2	4
$p(X = x_i)$	$\frac{8}{20}$			

0,5 **b)** Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de X.

Problème : (11 points)

Première partie :

	Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$.
0,75	1) Montrer que $(\forall x \in]0\,;+\infty[)$ :: $g'(x) = 2\left(\frac{x^2-1}{x}\right)$.
1	2) En déduire que g strictement décroissante sur $]0\,;1]$ et que g strictement croissante sur $[1\,;+\infty[$.
	3)
0,25	a) Calculer $g(1)$.
0,25	b) Dresser le tableau de variations de g sur $]0\,;+\infty[$.(le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé).
0,5	c) En déduire que $\forall x \in]0\,;+\infty[\,;\, g(x) > 0$.
	<u>Deuxième partie :</u>
	On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{2\ln(x)}{x}$ et (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 2cm$.
1	1) Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter géométriquement ce résultat.
	2)
0,5	a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
0,5	b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est un asymptote oblique de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.
1	3) A) Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, pour tout x de $]0\,;+\infty[$. (Rappel : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$).
0,5	B) Déduire que f est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.
0,5	C)Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;+\infty[$.
1	4) a) Montrer que : $f''(x) = \frac{2}{x^3}(-3 + 2\ln(x))$, pour tout x de $]0\,;+\infty[$.
1	b) En déduire que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion au point d'abscisse $e^{\frac{3}{2}}$.
	5) Dans la figure au- dessous (C_f) est la courbe représentative de f et la droite (Δ) d'équation $y = x+1$ dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.
0,75	a) Montrer que : $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln(2))^2$.
0,75	b) En déduire l'aire de la partie hachurée.



(Cf)
(Δ)
y
x